Tercer Parcial
Tercera semana

Autoridades

Dra. Margarita Teresa de Jesús García Gasca
Rectora
Dr. Javier Ávila Morales
Secretario Académico
M. en E.D. Jaime Nieves Medrano
Director de la Escuela de Bachilleres
M. en C. Rita Ochoa Cruz
Secretaria Académica de la EBA
M. en C. Lucero Canto Guerrero
Coordinadora del Plantel Sur
M. en H. Fátima Santamaría Hernández
Coordinadora del Plantel Norte
Dra. Cypatly Rojas Miranda
Coordinadora del Plantel San Juan del Río
Lic. María Patricia Pérez Velázquez
Coordinadora del Plantel Colón

M. en D. Antonio Pérez Martínez
Coordinador del Plantel Pedro Escobedo
C.P. Gloria Inés Rendón García
Coordinadora del Plantel Pinal de Amoles
M. en A. Óscar Uriel Cárdenas Rosas
Coordinador del Plantel Bicentenario
M. en LIT. José Cupertino Ramírez Zúñiga
Coordinador del Plantel Amazcala
Ing. Juan Fernando Rocha Mier
Coordinador del Plantel Concá
M. en A. Hugo Enrique Suárez Camacho
Coordinador del Plantel Jalpan
M. en A. José Antonio Cárdenas Rosas
Coordinador del Bachillerato Semiescolarizado

Autores

M. En A Jerónimo Gómez Rodríguez

M.D.M. Mariana Lujambio Chávez

Bienvenidos a la tercer sesión, correspondiente al tercer parcial

Triangulo Oblicuángulo.

- Requieres calculadora científica.
- Recuerda que la calculadora debe estar en modo DEG
- Al finalizar cada sesión deberás realizar un Quiz (examen rápido) Para verificar tu avance.

Mucho Éxito.

ESCUELA DE BACHILLERES

Ley de senos
Primer día

Triangulo Oblicuángulo.

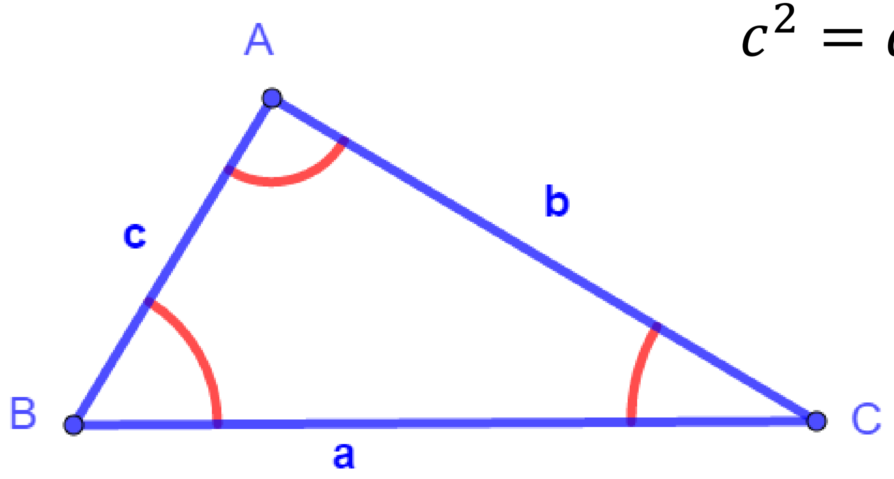
- Un Triangulo oblicuángulo es aquel que no tiene ángulo recto en ninguno de sus vértices, por lo que no se puede resolver directamente por el teorema de Pitágoras.
- Por medio de las funciones trigonométricas es posible establecer determinadas relaciones entre lados y ángulos de un **triángulo cualquiera**. Estas relaciones se utilizan para resolver triángulos oblicuángulos y se expresan mediante dos leyes:

Ley de senos

$$\frac{a}{sen\ A} = \frac{b}{sen\ B} = \frac{c}{sen\ C}$$

Ley de cosenos

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$$



- IMPORTANTE: Observa que tanto la ley de senos como la ley de cosenos se pueden utilizar para resolver triángulos oblicuángulos, el que elijas una u otro depende de los datos con los que cuentas, por eso primero identifícalos y observa todas las fórmulas, utiliza la que tenga solo una incógnita.
- Para resolver cualquier triángulo se requiere conocer 3 datos. **Al resolver, la notación de los ángulos y lados podrán ser diferentes a la de tu formulario por lo que se deberán adaptar las fórmulas.**
- **Pon atención a los siguientes ejemplos.**

Ley de senos:

En todo triángulo, los lados son proporcionales a los senos de los ángulos opuestos. O sea, en cualquier triángulo ABC.

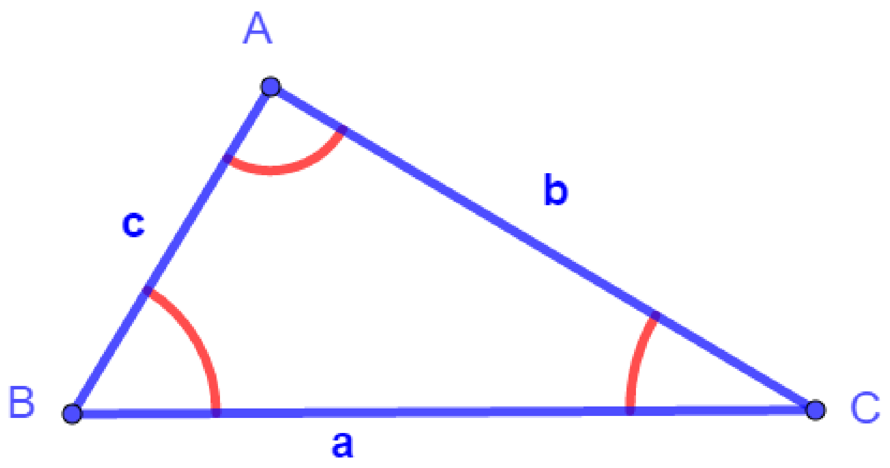
Esta ley se utiliza cuando se conocen:

a) Dos ángulos interiores del triángulo y uno de sus lados;

b) Dos lados del triángulo y el ángulo opuesto a cualquiera de estos lados

Ley de senos

$$\frac{a}{sen\ A} = \frac{b}{sen\ B} = \frac{c}{sen\ C}$$

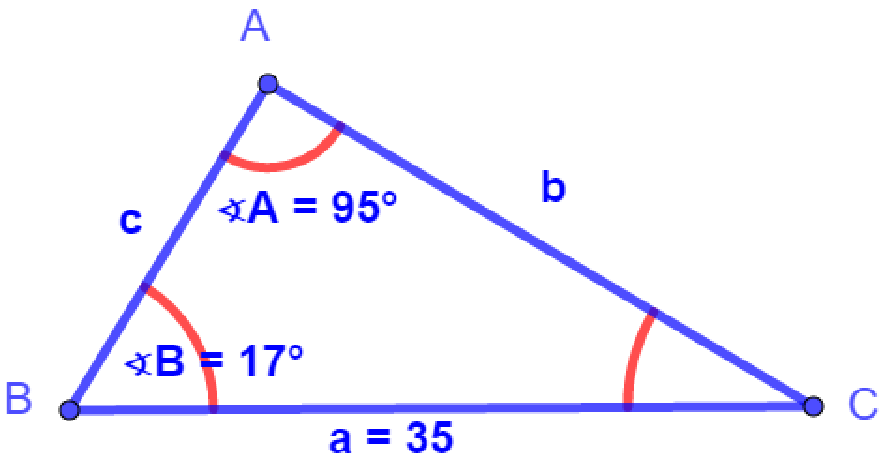


Ejemplo 1 : Resolver el siguiente triángulo donde

$\measuredangle A = 95°$

$\measuredangle B = 17°$

a$= 35$



Observa en la ley de senos lo conocido.

$$\frac{a}{sen\ A} = \frac{b}{sen\ B} = \frac{c}{sen\ C}$$

Por lo que tomamos solo la relación siguiente para calcular a b.

$$\frac{a}{sen\ A} = \frac{b}{sen\ B}$$

Ejemplo 1: Resolver el siguiente triángulo donde

$\measuredangle A = 95°$

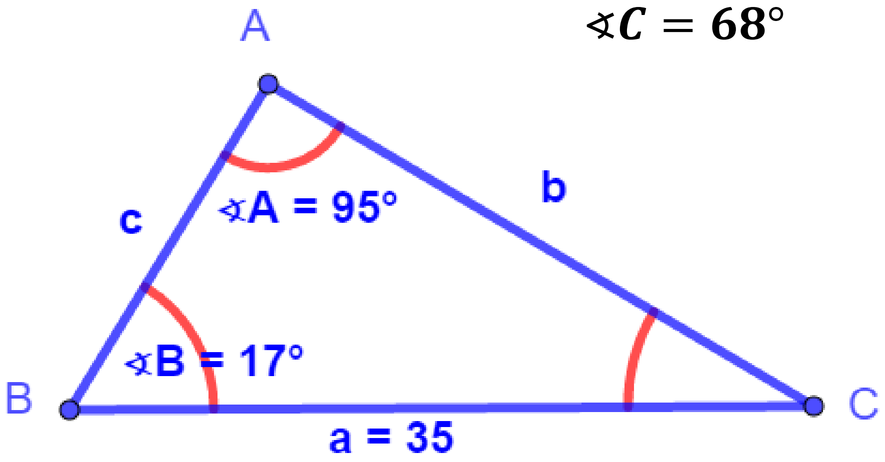
$\measuredangle B = 17°$

a= 35

Por sumatoria de ángulos interiores de un triangulo determinamos el valor del $\measuredangle \boldsymbol{C}$

$$\measuredangle \boldsymbol{C} = \mathbf{180° - 95° - 17°}$$

$$\measuredangle \boldsymbol{C} = \mathbf{68°}$$



Despejemos a "b"

$$\frac{a}{sen\ A} = \frac{b}{sen\ B}$$

$$b = \frac{asen\ B}{sen\ A}$$

Sustituimos

$$b = \frac{(35)(sen\ 17°)}{sen\ 95°}$$

$\boldsymbol{b}$ **=10.27**

Despejemos a "c"

$$\frac{a}{sen\ A} = \frac{c}{sen\ C}$$

$$c = \frac{asen\ C}{sen\ A}$$

$$c = \frac{(35)(sen\ 68°)}{sen\ 95°}$$

$$\boldsymbol{c = 32.57}$$

ESCUELA DE BACHILLERES

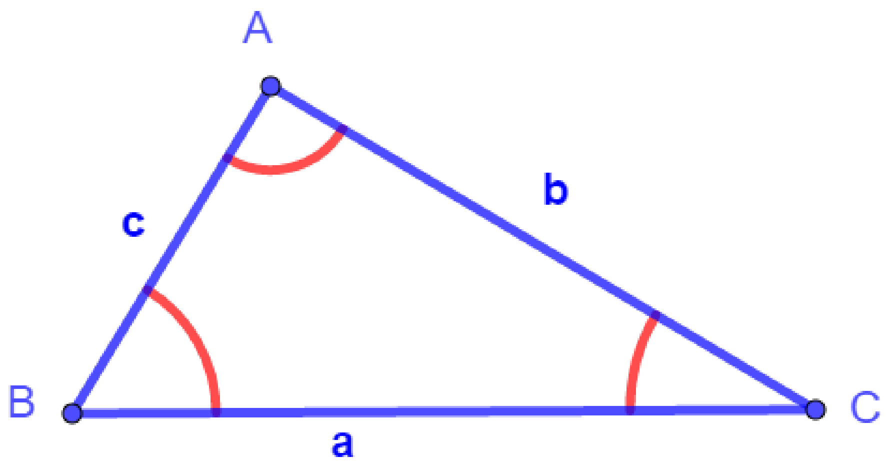
Ley de cosenos
Segundo día

Ley de cosenos:

- En todo triángulo, el cuadrado de un lado es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos, menos el doble producto de los mismos lados por el coseno del ángulo que forma. De esta manera, en el triángulo ABC, se tiene:
- Esta ley se usa cuando se conocen dos lados y la magnitud del ángulo comprendido entre ellos, o cuando se conocen sus tres lados.

Ley de cosenos

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$$



Ley de cosenos:

Conocidos todos los lados del triangulo determinamos los ángulos con ley de cosenos

Despejamos el $\measuredangle \boldsymbol{A}$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$

$$2bc\cos A = b^2 + c^2 - a^2$$

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

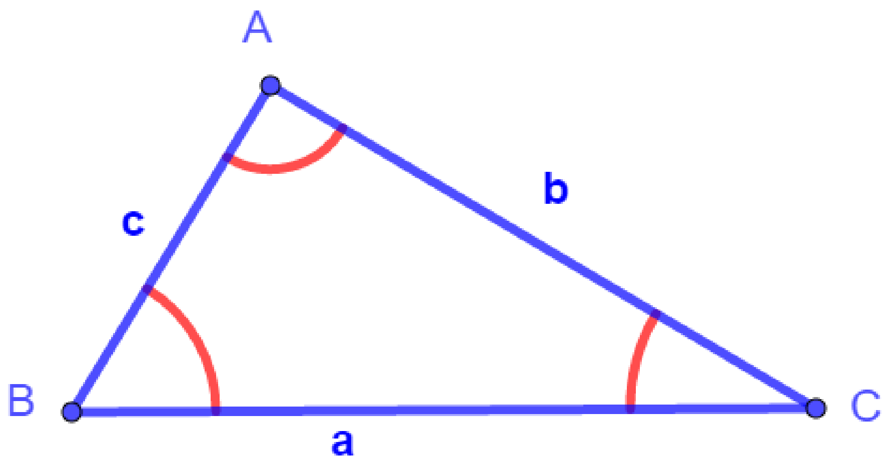
$$\measuredangle A = \cos^{-1}\left(\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}\right)$$

De manera análoga

Para $\measuredangle \boldsymbol{B}$ y $\measuredangle \boldsymbol{C}$

$$\measuredangle B = \cos^{-1}\left(\frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}\right)$$

$$\measuredangle C = \cos^{-1}\left(\frac{b^2 + a^2 - c^2}{2ab}\right)$$



Ejemplo 2: Resolver el siguiente triángulo donde

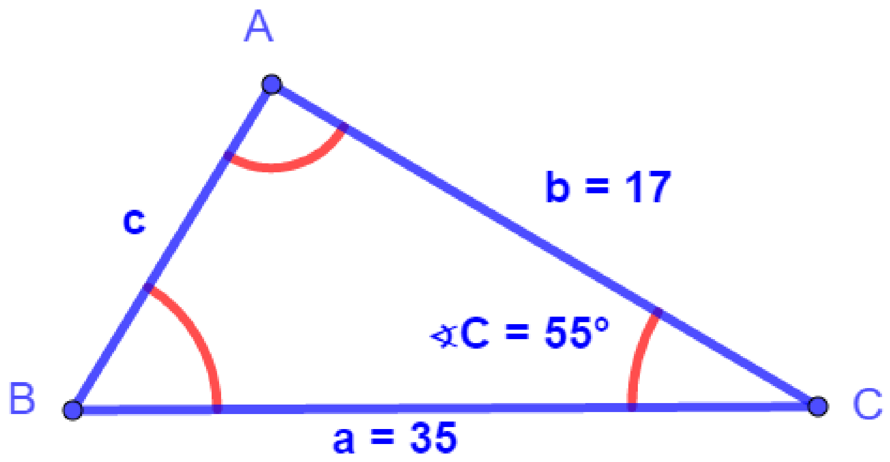
$\sphericalangle C = 55°$

$\mathrm{b} = 17$

a$= 35$

Como se conocen dos lados y en ángulo comprendido entre ellos utilizamos Ley de cosenos

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2abcos\ C$$

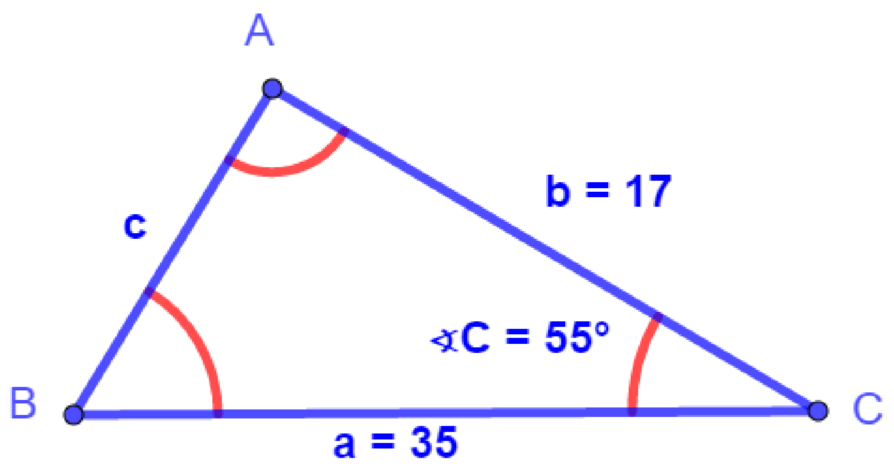


Ejemplo 2: Resolver el siguiente triángulo donde

$\measuredangle C = 55°$

$\mathrm{b} = 17$

a= 35



Despejamos el valor de c

$c^2 = a^2 + b^2 - 2abcos\ C$

c= $\sqrt{a^2 + b^2 - 2abcos\ C}$

$\mathrm{c} = \sqrt{35^2 + 17^2 - (2)(35)(17)cos\ 55}$

$\boldsymbol{c = 28,83}$

Ejemplo 2: Resolver el siguiente triángulo donde

$\sphericalangle C = 55°$

$b = 17$

a= 35

Para $\sphericalangle B$

$$\sphericalangle B = cos^{-1}\frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$\sphericalangle B = cos^{-1}\frac{35^2 + 28{,}83^2 - 17^2}{(2)(35)(28.83)}$$

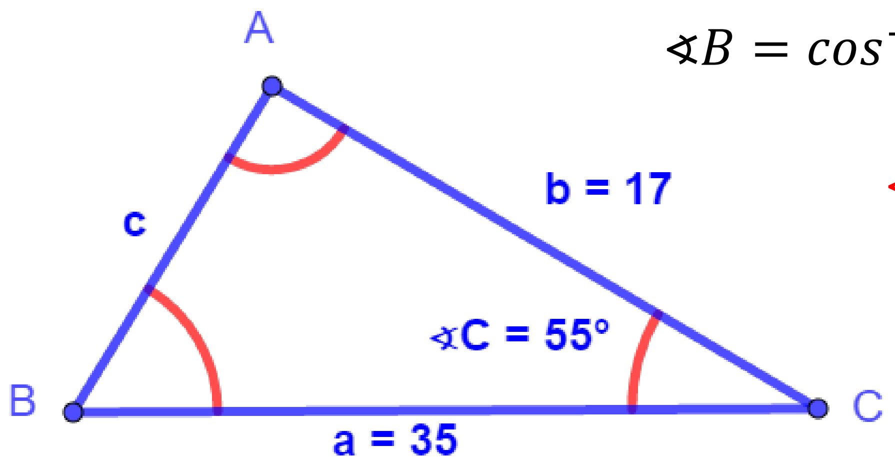
$$\sphericalangle B = 28{,}87°$$

Para $\sphericalangle A$

$$\sphericalangle A = cos^{-1}\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$\sphericalangle A = cos^{-1}\frac{17^2 + 28{,}83^2 - 35^2}{(2)(17)(28.83)}$$

$$\sphericalangle A = 96{,}13°$$



ESCUELA DE BACHILLERES

ESCUELA DE BACHILLERES

Triángulos oblicuángulos, problemas en contexto
Tercer día

Problemas en contexto

A continuación se presentan algunos problemas en contexto.

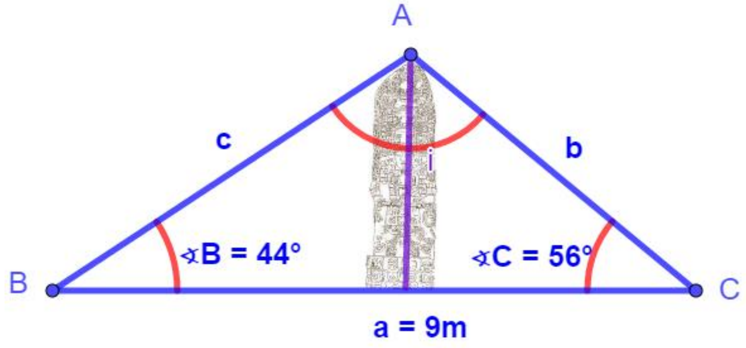
Sugerencias:

- Leer el enunciado las veces que sea necesario para interpretarlo de manera correcto
- Para estos problemas es necesario que se realice un triangulo sobre el bosquejo donde identifiques sus ángulos y lados.
- Verificar los datos que se tienen.
- Encontrar una función que relacione por lo menos dos datos.

Ejercicio 1: Dos observadores se encuentran en línea recta a los lados de un monolito, los ángulos de elevación reportados por los observadores son 44 y 56, si la distancia entre los observadores es de 9m. Encontrar la altura de la estatua.

Por sumatoria de ángulos interiores de un triangulo determinamos el valor del $\sphericalangle \boldsymbol{A}$

$$\sphericalangle \boldsymbol{A} = \mathbf{180° - 44° - 56° = 80°}$$



Despejemos a "b"

$$\frac{a}{sen\ A} = \frac{b}{sen\ B}$$

$$b = \frac{asen\ B}{sen\ A}$$

$$b = \frac{(9m)(sen\ 44°)}{sen\ 80°}$$

$$b = 6{,}34m$$

Observa el triángulo AC, es rectángulo. Para determinar la altura del monolito aplicamos la función seno.

$$sen\ C = \frac{co}{b}$$

$$co = (b)(sen\ C)$$

$$co = (6{,}34)(sen\ 56°)$$

$$co = 5{,}25m$$

Ejercicio 2: Dos niños salen en su bicicleta de un mismo punto y en direcciones diferentes formando un ángulo 75º, las distancias que recorren son 80m y 65m a que distancia se encuentran de separación.

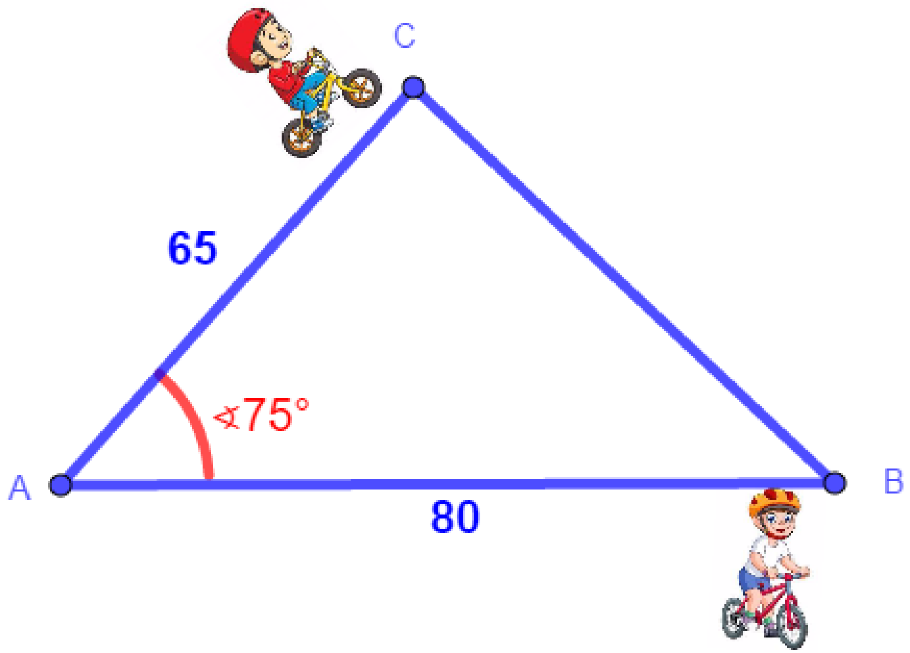
Despejamos el valor de a

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bccos\ A$$

$$\mathrm{a} = \sqrt{b^2 + c^2 - 2bccos\ \mathrm{A}}$$

$$a = \sqrt{65^2 + 80^2 - (2)(65)(80)cos\ 75}$$

$$\boldsymbol{a = 89\ \mathrm{m}}$$



Actividad 3.1

Resolver los siguientes ejercicios, determinar los valores faltantes para el triángulo.

1.

$\sphericalangle A = 35°$

$\sphericalangle B = 27°$

$a = 15$

2.

$\sphericalangle B = 25°$

$a = 10$

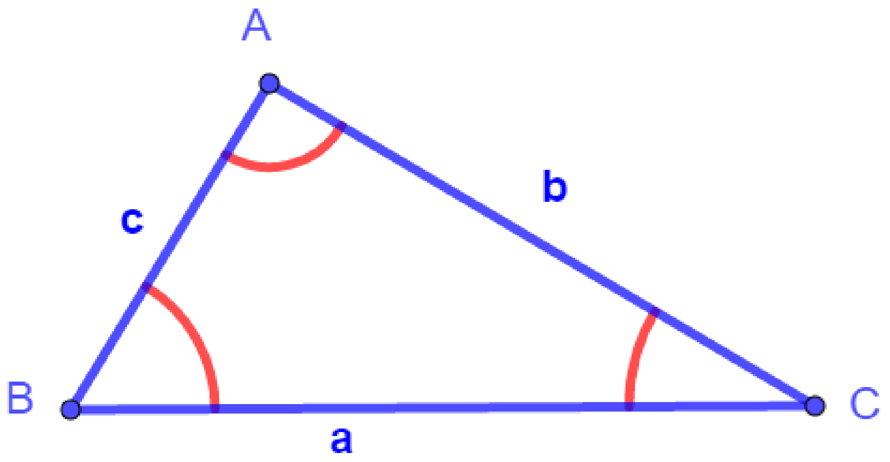
$b = 5$

3.

$a = 25$

$\sphericalangle C = 25°$

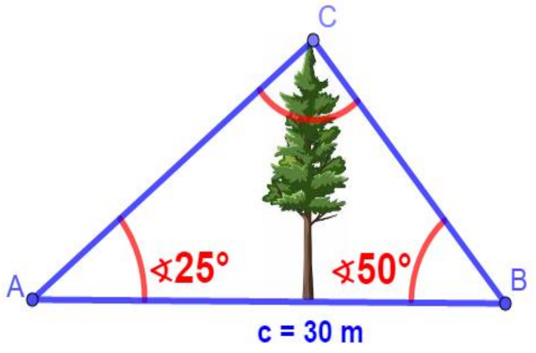
$b = 18$



BACHILLERES

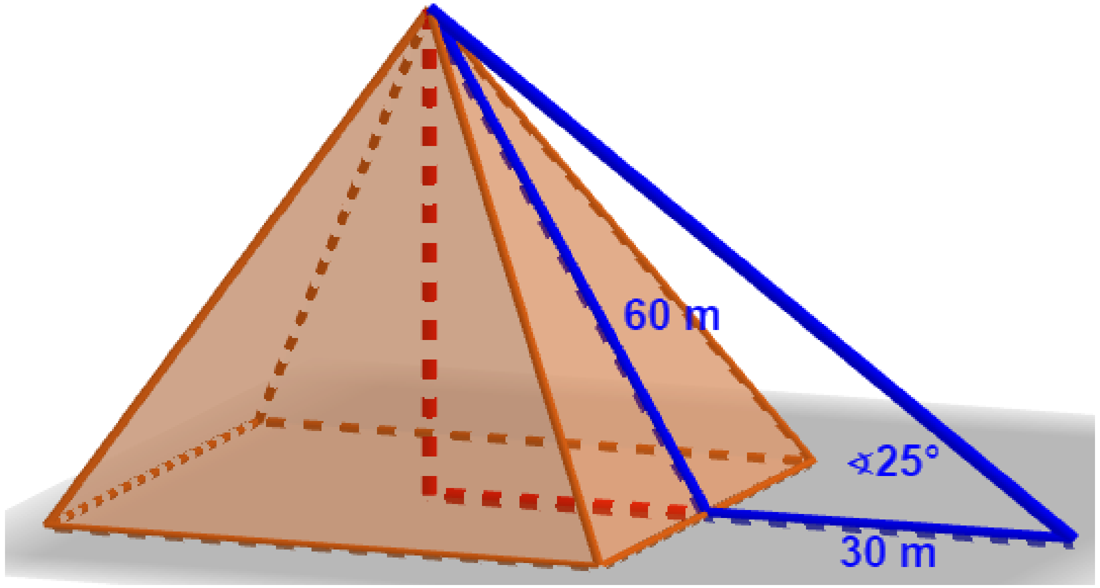
Actividad 3.2

- Un árbol está sujeto en su parte más alta por dos cables que se anclan en el piso, los cables a cada lado del árbol forman con el piso ángulos de 25º y 50º Si la distancia medida en línea recta sobre el piso donde llegan los cables es de 30m. Encontrar la altura del árbol



Actividad 3.2

Se tiene una pirámide de base cuadrada, un observador se coloca en un punto a 30 m, de la base de la pirámide, observa la parte más alta con un ángulo de elevación de 25º, si la altura de las caras es de 60 m, encontrar la dimensión de la base de la pirámide, su altura y el ángulo de elevación respecto a la horizontal de cada una de las caras



Actividad 3.3

- En un triángulo, isósceles el ángulo diferente vale 20º, si uno de los lados iguales mide 45 m. Encontrar cuánto vale el lado diferente así como los ángulos iguales.

ESCUELA DE BACHILLERES

Bibliografía

- Fuenlabrada, S. (2013), *Geometría y Trigonometría*, México D.F., McGraw-Hill.
- Cuéllar, J.A. (2011), *Matemáticas II Enfoque por competencias*, Universidad Autónoma de Nuevo León, McGraw-Hill.
- Moise, E. (1996), *Geometría moderna*, Estados Unidos, Addison-Wesley Iberoamericana S.A.
- Niles, N. O. (2001), *Geometría plana*, México D.F., Editorial Limusa.

ESCUELA DE BACHILLERES