ESCUELA DE BACHILLERES

MATEMÁTICAS III

Segundo Parcial – Semana 2

Semejanza de triángulos y Teorema de Tales

Autoridades

Dra. Margarita Teresa de Jesús García Gasca
Rectora
Dr. Javier Ávila Morales
Secretario Académico
M. en E.D. Jaime Nieves Medrano
Director de la Escuela de Bachilleres
M. en C. Rita Ochoa Cruz
Secretaria Académica de la EBA
M. en C. Lucero Canto Guerrero
Coordinadora del Plantel Sur
M. en H. Fátima Santamaría Hernández
Coordinadora del Plantel Norte
Dra. Cypatly Rojas Miranda
Coordinadora del Plantel San Juan del Río
Lic. María Patricia Pérez Velázquez
Coordinadora del Plantel Colón

M. en D. Antonio Pérez Martínez
Coordinador del Plantel Pedro Escobedo
C.P. Gloria Inés Rendón García
Coordinadora del Plantel Pinal de Amoles
M. en A. Óscar Uriel Cárdenas Rosas
Coordinador del Plantel Bicentenario
M. en LIT. José Cupertino Ramírez Zúñiga
Coordinador del Plantel Amazcala
Ing. Juan Fernando Rocha Mier
Coordinador del Plantel Concá
M. en A. Hugo Enrique Suárez Camacho
Coordinador del Plantel Jalpan
M. en A. José Antonio Cárdenas Rosas
Coordinador del Bachillerato Semiescolarizado

Autores

M. en D. Ellis Peñaloza Soberanes

M. en C. Maribel Villegas Villegas

ESCUELA DE BACHILLERES

Continuamos en nuestro descubrimiento, te invitamos a no detenerte en las dudas, pregunta hasta encontrar la respuesta porque ese es el camino.

“La ciencia será siempre una búsqueda, jamás un descubrimiento real. Es un viaje, nunca una llegada. “

(Karl Popper)

Los temas a analizar en la segunda semana son:

- Primera sesión: Semejanza de triángulos
- Segunda sesión: Teorema de Tales

- Nota: esta será una semana corta, después de terminar, disfruta el puente ☺

ESCUELA DE BACHILLERES

ESCUELA DE BACHILLERES

Primer Día de Trabajo

Semejanza de Triángulos

Semejanza

Hablaremos de figuras semejantes, de aquellas figuras que tienen la misma forma pero son de diferente tamaño.

A diferencia de la congruencia, las figuras no serán idénticas, pero se debe mencionar que la forma puede determinar la escala o proporción que guardan dicha semejanza.

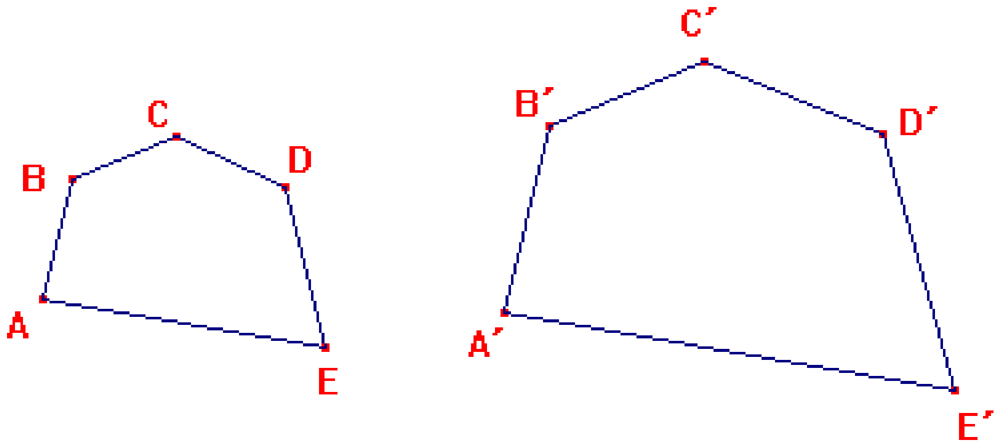


Fig. 1. Figuras semejantes

Triángulos Semejantes

Se llaman triángulos semejantes a los triángulos que tienen sus ángulos respectivamente congruentes y sus lados correspondientes son proporcionales.

El símbolo que denota la semejanza es $\sim$.

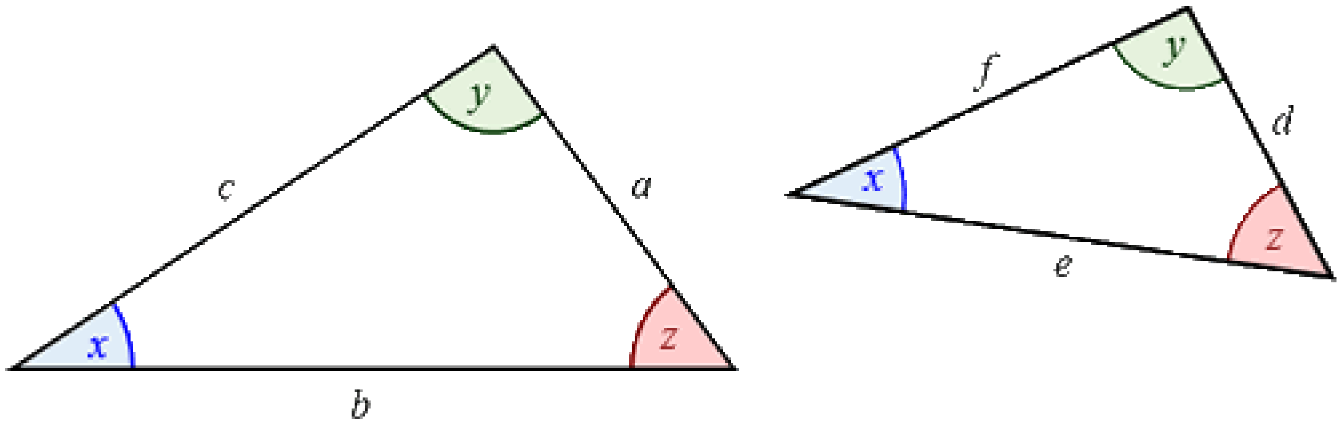


Fig. 2. Triángulos semejantes

Criterios de Semejanza

Dos triángulos serán semejantes, si cumplen las condiciones de alguno de los siguientes criterios:

- Criterio LAL

  Si dos lados son proporcionales y el ángulo comprendido entre dichos lados, son iguales.

- Criterio LLL

  Si los tres lados de uno de los triángulos son proporcionales a los lados correspondiente del otro.

- Criterio AAA

  Si los ángulos de uno de los triángulos son iguales a los ángulos del segundo triángulo.

Observación: Un colorario de este último criterio considera que los triángulos son semejantes si solo tienen en igualdad a dos ángulos correspondientes, ya que el tercer ángulo también será igual.

Criterio Semejanza Lado-Ángulo-Lado, LAL

Dos triángulos son semejantes, si dos lados son proporcionales y el ángulo comprendido entre dichos lados, son iguales.

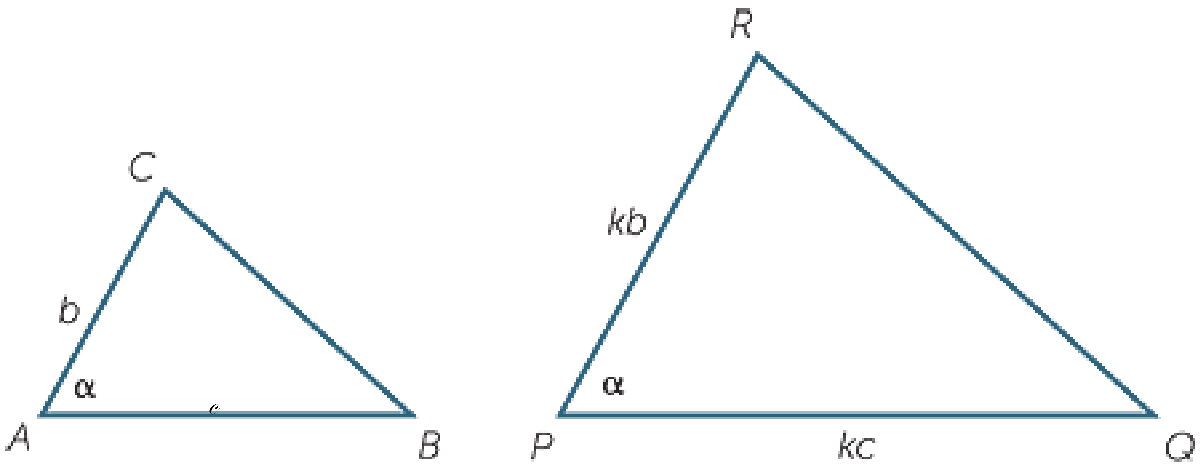


Fig. 3. Criterio Semejanza LAL

Lados proporcionales $\frac{\overline{AB}}{\overline{PQ}} = \frac{\overline{CA}}{\overline{RP}}$

y $\measuredangle CAB = \measuredangle RPQ.$

Entonces, los triángulos son semejantes

$\Delta ABC \sim \Delta PQR$

Verificada la semejanza, el resto de los elementos también corresponden:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{PQ}} = \frac{\overline{CA}}{\overline{RP}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{QR}}$$

$$\measuredangle BCA = \measuredangle QRP, \measuredangle ABC = \measuredangle PQR$$

Criterio Semejanza Lado-Lado-Lado, LLL

Dos triángulos son semejantes, si los tres lados de uno de los triángulos son proporcionales a los lados correspondiente del otro.

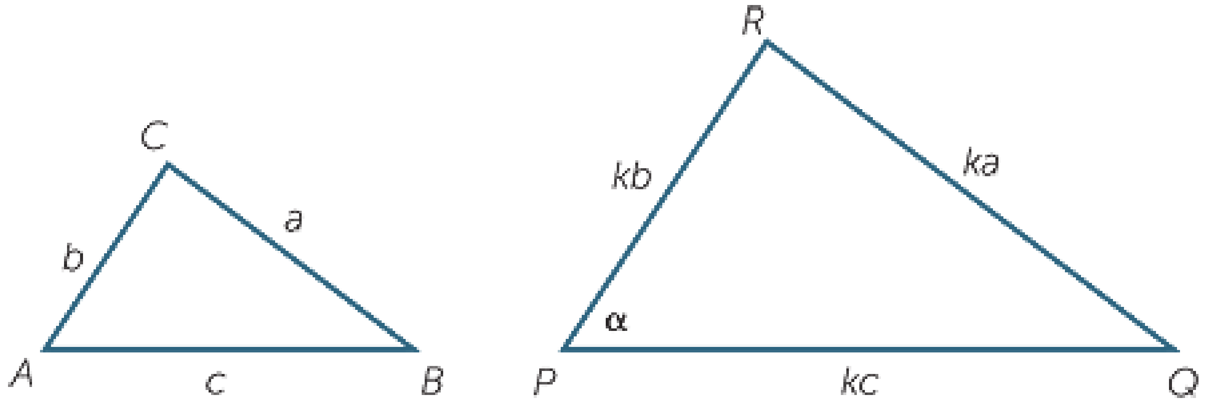


Fig. 4. Criterio Semejanza LLL

Lados proporcionales $\frac{\overline{AB}}{\overline{PQ}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{QR}} = \frac{\overline{CA}}{\overline{RP}}$

Entonces, los triángulos son semejantes

$$\Delta ABC \sim \Delta PQR$$

Verificada la semejanza, el resto de los elementos también corresponden:

$$\measuredangle ABC = \measuredangle PQR,$$
$$\measuredangle BCA = \measuredangle QRP \text{ y}$$
$$\measuredangle CAB = \measuredangle RPQ$$

Criterio Semejanza Ángulo-Ángulo-Ángulo,AAA

Dos triángulos son semejantes, si los ángulos de uno de los triángulos son iguales a los ángulos del segundo triángulo. Basta considerar la igualdad en dos ángulos correspondientes.

Lados los ángulos son iguales

$\measuredangle ABC = \measuredangle PQR,$

$\measuredangle BCA = \measuredangle QRP$ y

$\measuredangle CAB = \measuredangle RPQ$

Entonces, los triángulos son semejantes

$\Delta ABC \sim \Delta PQR$

Verificada la semejanza, el resto de los elementos también corresponden:

Lados proporcionales $\frac{\overline{AB}}{\overline{PQ}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{QR}} = \frac{\overline{CA}}{\overline{RP}}$

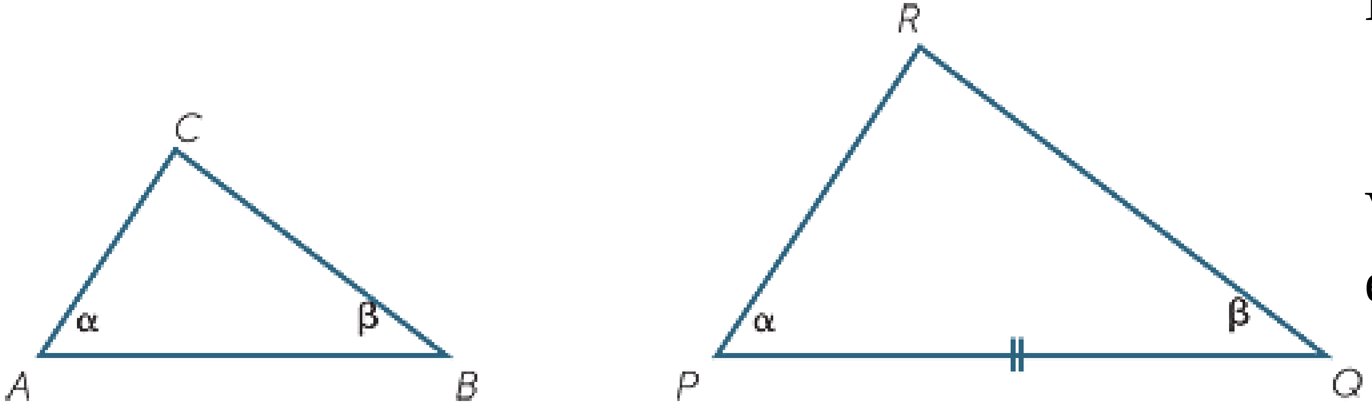
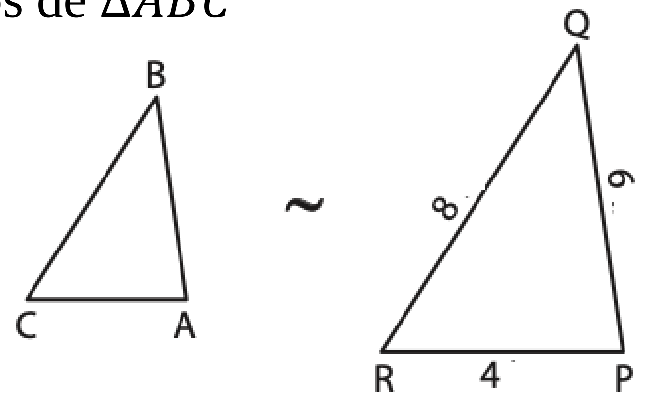


Fig. 5. Criterio Semejanza AAA

Ejemplo 1

En la figura se tiene que $\Delta ABC \sim \Delta PQR$, la proporción de los lados es $\frac{1}{2}$. Determinar la medida de los lados de ΔABC



Como $\Delta ABC \sim \Delta PQR$

$\Rightarrow$ los lados son proporcionales

$$\Rightarrow \frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{CA}{RP} = \frac{1}{2}$$

Determinamos las medidas de los lados de ΔABC

$$\frac{AB}{PQ} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{AB}{6} = \frac{1}{2} \Rightarrow AB = 3$$

$$\frac{BC}{QR} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{BC}{8} = \frac{1}{2} \Rightarrow BC = 4$$

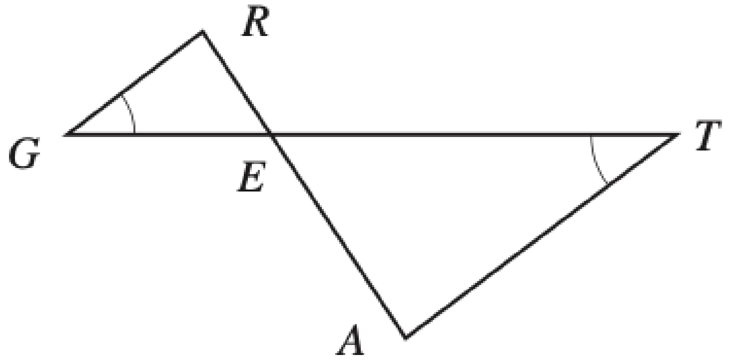
$$\frac{CA}{RP} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{CA}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow CA = 2$$

Ejemplo 2

Dada la figura, determinar lo siguiente:

a) Si los triángulos que se observan son semejantes, justificar con el criterio de semejanza correspondiente.

b) Si son sejemantes, escribir las proporciones correspondientes en los lados respectivos.



a) De la figura tenemos que el $\measuredangle G = \measuredangle T$, además $\measuredangle GER = \measuredangle TEA$, opuestos por el vértice.

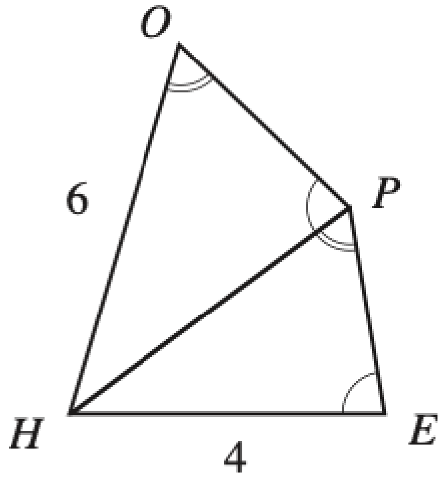
$\Rightarrow \Delta GER \sim \Delta TEA$, por AA

b) Los lados proporcionales quedan así:

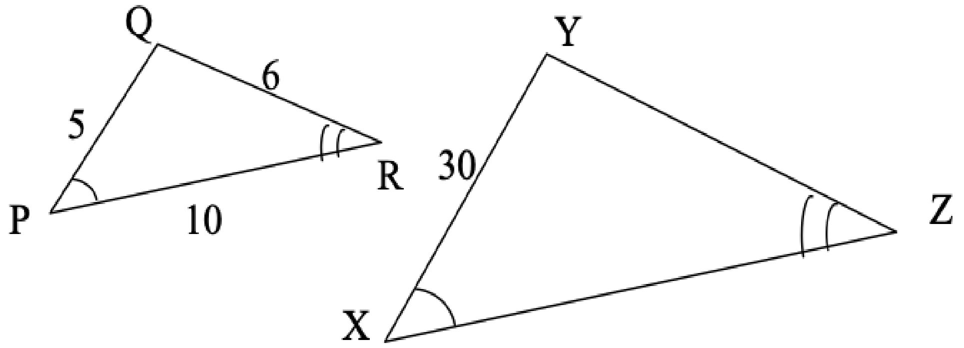
$$\frac{GE}{TE} = \frac{ER}{EA} = \frac{RG}{AT}$$

Actividad Semana 1-Día 1

1. Determinar HP según la figura.



2. ΔPQR es semejante a ΔXYZ. Determinar el perímetro de ΔXYZ.



ESCUELA DE BACHILLERES

Segundo Día de Trabajo

Teorema de Tales

Teorema de Tales

Si dos rectas secantes se cortan por rectas paralelas entonces los segmentos que determinan las paralelas en una de las secantes son proporcionales a los segmentos
correspondientes de la otra secante.

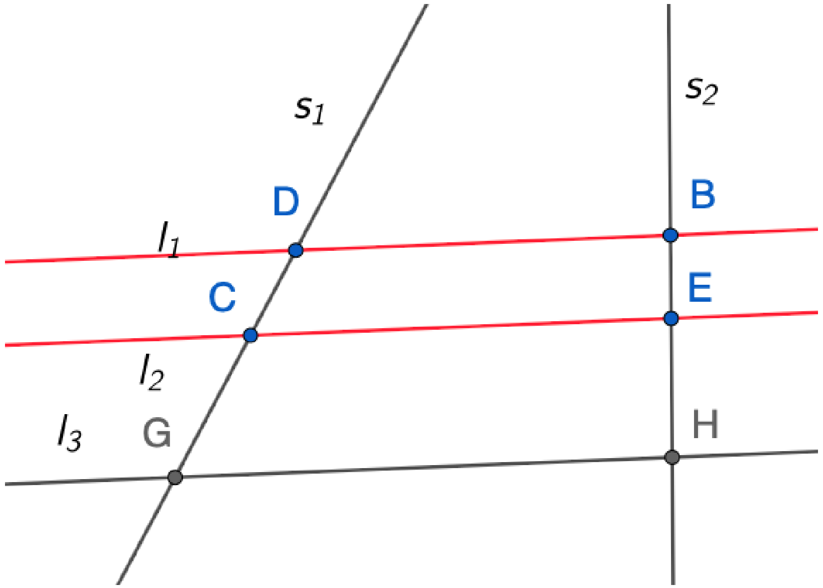


Fig. 6. Teorema de Tales

Sean l_1, l_2 y l_3, son rectas paralelas, sean s_1 y s_2 rectas secantes que cortan a las rectas paralelas, sean B, C, D, E, G y H los puntos de intersección entre las rectas, los segmentos formados son proporcionales:

$$\Rightarrow \frac{DC}{BE} = \frac{CG}{EH} = \frac{DG}{BH}$$

Teorema de la proporcionalidad

Si en un triángulo se traza una recta paralela a uno de los lados, y esta corta a los otros dos lados en puntos diferentes a los vértices, entonces los segmentos formados son proporcionales.

Sean A, B y C, los vértices de un triángulo, se traza un segmento paralelo a uno de los lados, por ejemplo, DE es paralelo a AC, D y E son los puntos de intersección con los otros dos lados del triángulo

$$\Rightarrow \frac{BD}{BE} = \frac{DA}{EC}$$

Observemos que $\Delta BAC \sim \Delta BDE$.

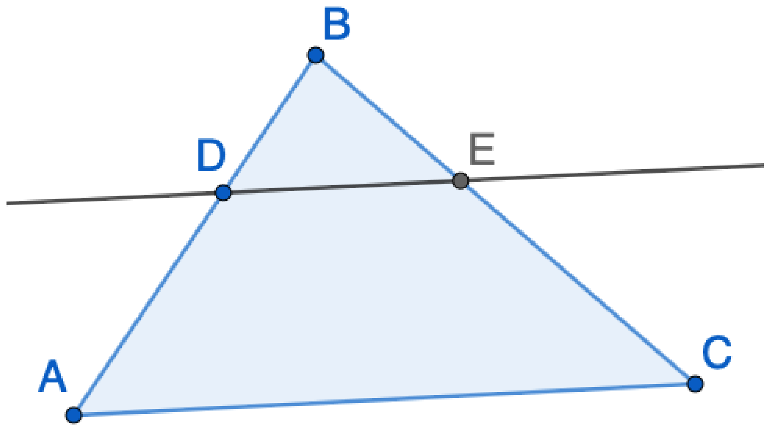
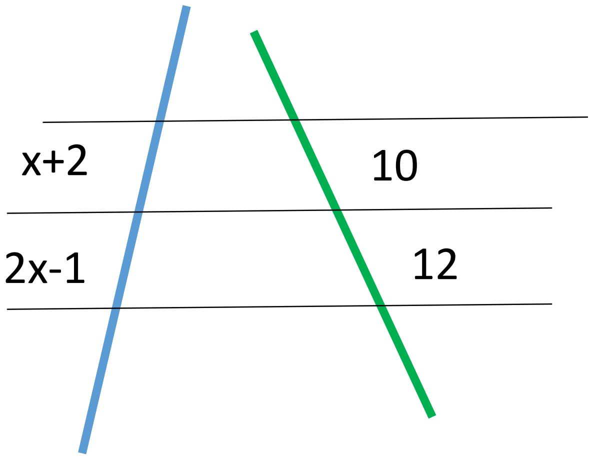


Fig. 6. Teorema de Tales

Ejemplo 1

Determinar las longitudes de los segmentos faltantes, en la siguiente figura, donde los segmentos horizontales son parelelos.



$$\Rightarrow \frac{x+2}{2x-1} = \frac{10}{12}$$

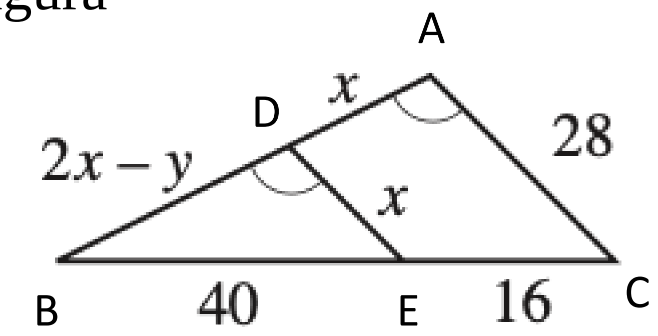
$$\Rightarrow 12(x+2) = 10(2x-1)$$
$$\Rightarrow 12x + 24 = 20x - 20$$
$$\Rightarrow -8x = -44$$
$$\Rightarrow x = 5.5$$

Entonces las medidas de los segmentos son:

$$x + 2 = 7.5$$
$$2x - 1 = 10$$

Ejemplo 2

Determinar el valor de cada variable en la siguiente figura



Observamos que $\measuredangle A = \measuredangle D$, entonces $AC \parallel DE$

$$\Rightarrow \Delta BCA \sim \Delta BED$$

$$\Rightarrow \frac{BC}{BE} = \frac{CA}{ED} = \frac{BA}{BD}$$

$$\Rightarrow \frac{(40+16)}{40} = \frac{28}{x} = \frac{(2x-y)+x}{2x-y}$$

$$\Rightarrow \frac{56}{40} = \frac{28}{x}$$

$$\Rightarrow x = 20$$

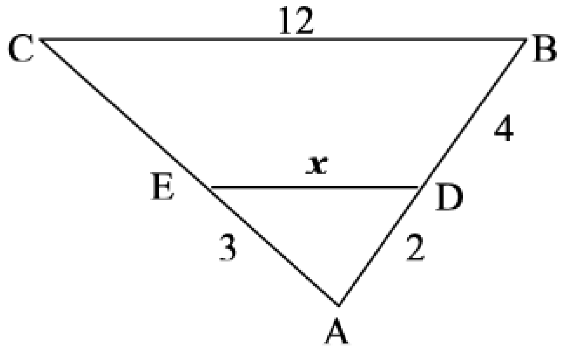
$$\Rightarrow \frac{56}{40} = \frac{60-y}{40-y}$$

$$\Rightarrow 56(40-y) = 40(60-y)$$

$$\Rightarrow y = -10$$

Ejemplo 3

Si $\Delta ADE \sim \Delta ABC$, determinar el valor de x.



$$\Rightarrow \frac{2}{6} = \frac{x}{12}$$

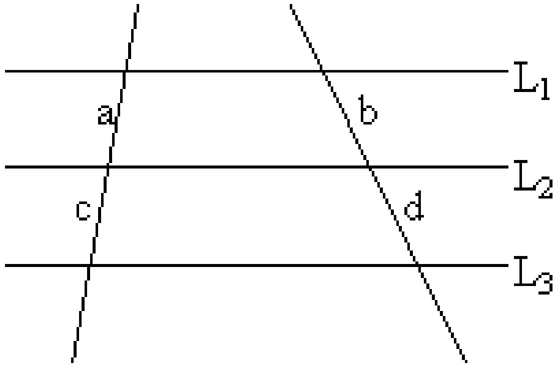
$$\Rightarrow x = 4$$

Como $\Delta ADE \sim \Delta ABC$

$$\Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AC}$$

Actividad Semana 1-Día 2

En la siguiente figura $L_1 \parallel L_2 \parallel L_3$



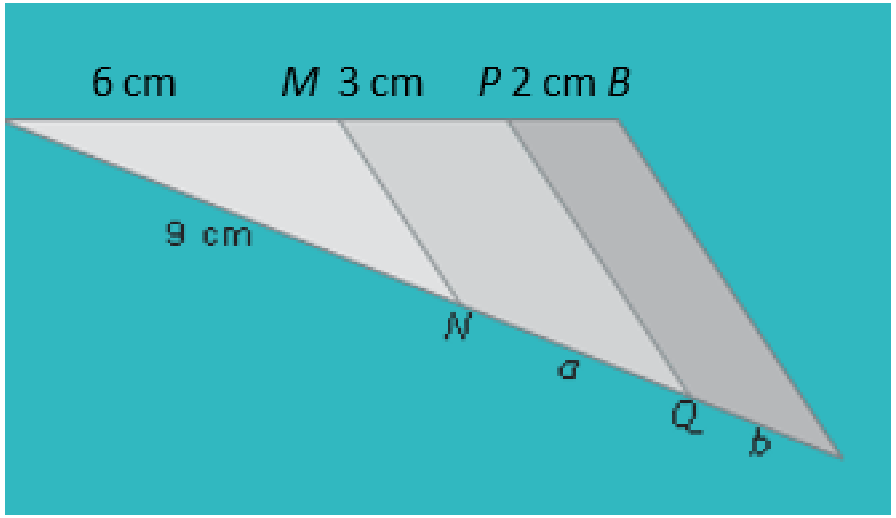
Determine la incognita que se indica, utilizando la figura e información que se muestra.

a) a = 12 cm., b = 15 cm., c = 20 cm., d=?

b) a = (x - 1) cm., b = 4 cm., c = (2x - 4) cm., d = 7 cm., x=?

Actividad Semana 1-Día 2

Determine la medida de los segmentos a y b en la siguiente figura



- **Bibliografía**

- Fuenlabrada, S. (2013), *Geometría y Trigonometría*, México D.F., McGraw-Hill.
- Cuéllar, J.A. (2011), *Matemáticas II Enfoque por competencias*, Universidad Autónoma de Nuevo León, McGraw-Hill.
- Moise, E. (1986), *Geometría moderna*, Estados Unidos, Addison-Wesley Iberoamericana S.A.

- **Videos recomendados**

  - Teorema de Tales https://www.youtube.com/watch?v=JGyYSzhCxFA