Condición de paralelismo y perpendicularidad.

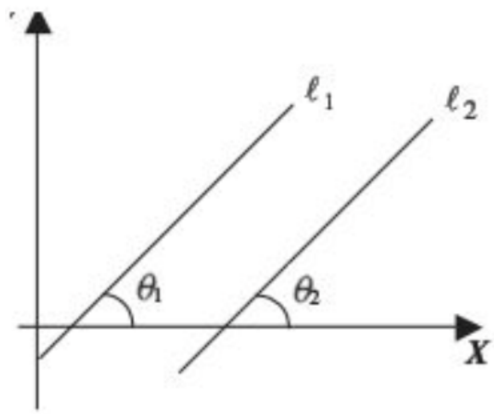
Condición de paralelismo.

Dos rectas son paralelas si sus ángulos de inclinación θ son iguales y, por tanto, sus pendientes también.

$$\boldsymbol{m_1 = m_2}$$

$$\boldsymbol{\tan \theta_1 = \tan \theta_2}$$

Se denota como $l_1 \parallel l_2$ para indicar que l_1 es paralela a l_2

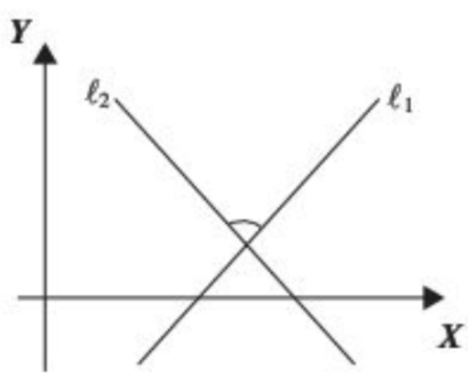


Nota: Si las rectas son verticales y tienen el mismo ángulo de inclinación, es decir, $90°$, son paralelas, sin embargo, es importante que recuerdes que no tienen pendiente ya que $m = \frac{c}{0}$

Condición de perpendicularidad.

Dos rectas son perpendiculares si el producto de sus pendientes es igual a -1.
Si $l_1 \perp l_2$, es decir las rectas forman un ángulo de $90°$, entonces:

$$\boldsymbol{m_1 * m_2 = -1}$$



De lo anterior tenemos:

$$\boldsymbol{m_1 = -\frac{1}{m_2}}$$

O

$$\boldsymbol{m_2 = -\frac{1}{m_1}}$$

Ejemplo 1: Paralelismo

Demuestra que los puntos $A(9,2)$ $B(11,6)$, $C(3,5)$ y $D(1,1)$ son los vértices de un paralelogramo.

Una recta pasa por los puntos $A(5,4)$ y el otro punto llamado B tiene por ordenada 7, ¿qué valor toma la abscisa si se quiere una recta paralela a otra con pendiente $m = -1$?

Ejemplo 2: Perpendicularidad

Demuestra que los lados adyacentes del cuadrilátero, cuyos vértices son los puntos $A(0,9)$, $B(3,1)$, $C(11,4)$ y $D(8,12)$ son perpendiculares entre si.

Una recta pasa por los puntos $A(-2,1)\ y\ \ B(x,7)$, ¿qué valor debe tener x para que sea perpendicular a otra recta con pendiente $m = -\frac{5}{6}$?

Área de un polígono.

En geometría analítica se puede calcular el área de cualquier polígono si conocemos sus vértices utilizando un determinante. Por ejemplo, sean $P_1(x_1, y_1)$, $P_2(x_2, y_2)$ y $P_3(x_3, y_3)$, los vértices de un triángulo, entonces, para calcular el área del triángulo calculamos el siguiente determinante:

$$A = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix}$$

La forma de trabajar el determinante es a través de una multiplicación en diagonal hacia arriba y hacia abajo. Cuando los números se multiplican en diagonal hacia abajo se considera una multiplicación positiva, pero cuando la multiplicación de los números es en diagonal hacia arriba la multiplicación es negativa.

$$A = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix} \quad \begin{matrix} - \\ \\ \\ + \end{matrix}$$

Otras características para plantear el determinante y que deben considerarse es:

- la primera coordenada y la ultima deben ser las mismas.
- el orden en que se deben de poner las coordenadas debe apegarse estrictamente a un solo sentido, ya sea a favor de las manecillas del reloj o en sentido opuesto.

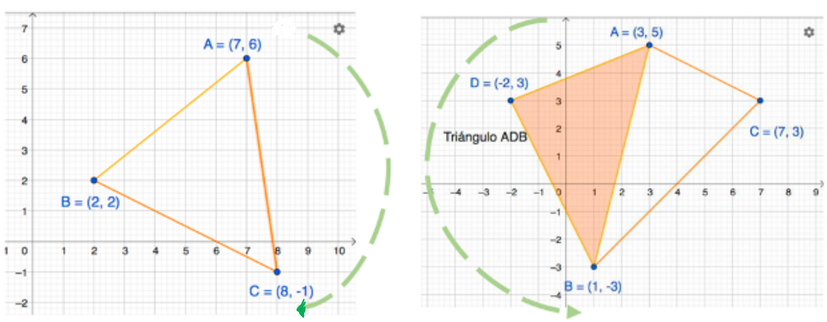
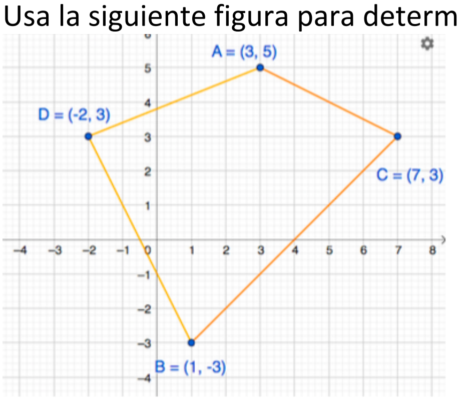


Fig. 1 Orden en el que se deben poner las coordenadas en el determinante para cañcular un área

Ejemplo 3: Área de un polígono

Usa la siguiente figura para determinar su área.



Actividad 3: Condición de paralelismo, perpendicularidad y área de polígonos.

I. Verificar que los siguientes puntos, A(3,0), B(7,0), C(5,3), D(1,3), son los vértices del paralelogramo ABCD.
II. Determinar la pendiente la recta que pasa por el puntos (-3, 1) y es perpendicular a la recta que pasa por los puntos (-3, -2) y (-2, 3). Trazar ambas rectas a mano en un plano cartesiano
III. Dado tres vértices de un paralelogramo A(3, -5), B(5, -3) y C(-1, 3), determinar las coordenadas del cuarto vértice D.
IV. Hallar el área y perimetro del cuadrilátero cuyos vértices son A(0,3), B(3,8), C(8,6), D(8,2).