

Punto medio de un segmento de recta

El punto medio de un segmento de recta con extremos $P_1(x_1, y_1)$ y $P_2(x_2, y_2)$ es aquel $P_m(x_m, y_m)$ que divide al segmento en dos partes iguales,

Si el punto $P_m = P$ divide a $\overline{P_1P_2}$ en dos segmentos de recta iguales, entonces $\overline{P_1P} = \overline{PP_2}$, por lo tanto:

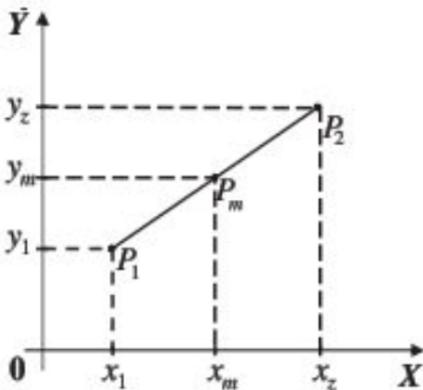
$$r = \frac{\overline{P_1P}}{\overline{PP_2}} = 1$$

De nuestras formulas anteriores de división de un segmento en una razón dada tenemos:

$$x = \frac{x_1 + rx_2}{1 + r} \qquad \text{y} \qquad y = \frac{y_1 + ry_2}{1 + r}$$

Si sustituimos el valor de la razón $r = 1$, obtendremos las coordenadas del punto medio:

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2} \qquad \text{y} \qquad y = \frac{y_1 + y_2}{2}$$



$$P_M \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

Ejemplo 1: Punto medio de un segmento de recta

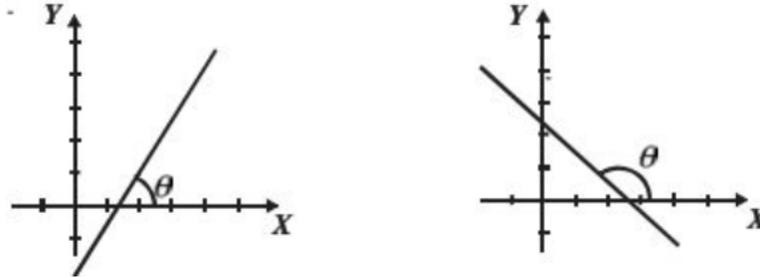
Determina las coordenadas del punto medio del segmento, cuyos extremos son los puntos $A(2,1)$ y $B(4,7)$

Uno de los extremos de un segmento de recta es el punto $(3,2)$ y su punto medio es el punto $(-3,5)$. Encuentra las coordenadas del otro extremo.

Pendiente de una recta

Inclinación de una recta

Es el ángulo que una recta forma con el eje x positivo, el cual se representa por θ , este ángulo se mide a partir del eje x y girando en sentido opuesto a las manecillas del reloj.



Pendiente de una recta

Se define como la tangente del ángulo de inclinación que tiene una recta y se representa con la letra m

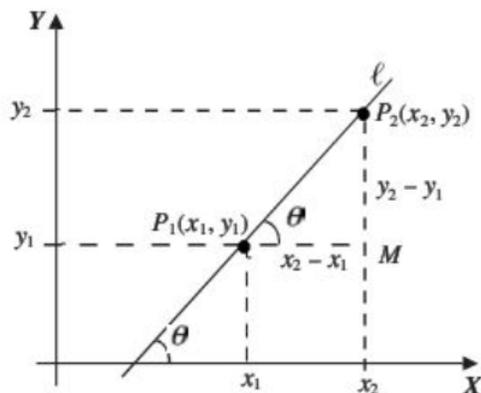
$$m = \tan\theta$$

Donde:

$$\theta = \arctan(m) \text{ si } m > 0$$

$$\theta = \arctan(m) + 180 \text{ si } m < 0$$

Pendiente de una recta que pasa por dos puntos



Sea l la recta que pasa por los puntos P_1 y P_2 , entonces su pendiente se define como:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Demostración

La pendiente de la recta l se define como:

$$m = \tan\theta$$

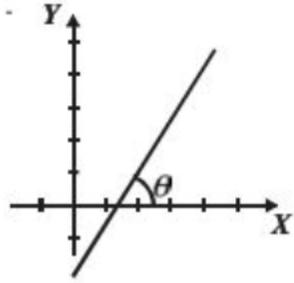
En el triángulo P_1P_2M

$$\tan\theta = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Como $m = \tan\theta$

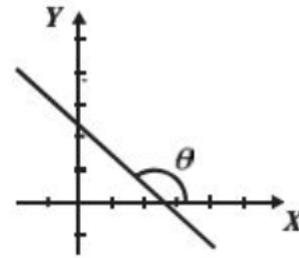
$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Los casos que se presentan para el valor de la pendiente y su ángulo de inclinación son los siguientes:



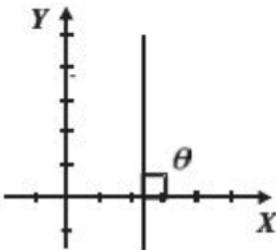
Si la pendiente es mayor que cero es positiva y es una recta ascendente o creciente a la derecha

El ángulo de inclinación θ es mayor a 0° pero menor de 90°



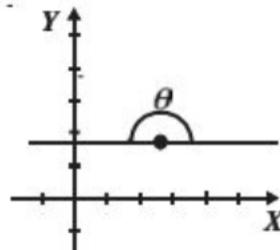
Si la pendiente es menor que cero es negativa y es una recta descendente o decreciente a la derecha

El ángulo de inclinación θ es mayor a 90° pero menor a 180°



Si la recta es vertical no hay pendiente ya que $m = \frac{c}{0}$

El ángulo de inclinación es recto



Si la pendiente es igual a cero, la recta es horizontal y el ángulo de inclinación es llano

Ejemplo 2: Pendiente y ángulo de una recta

Determinar la pendiente de la recta que pasa por los puntos $Q(-1,3)$ y $P(2,7)$ y calcula su ángulo de inclinación.

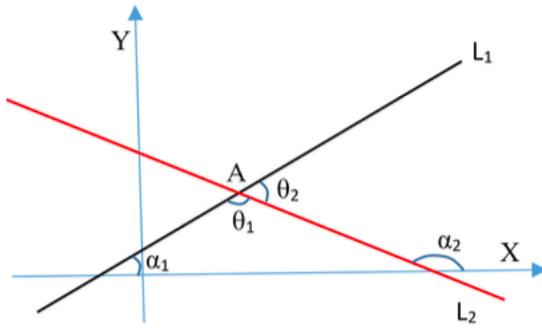
Determina la pendiente de la recta que pasa por los puntos $A(1,2)$ y $P(-2,4)$ y calcula su ángulo de inclinación

La pendiente de una recta es -4 y pasa por el punto $A(1,5)$. Si la abscisa del punto B es -2 , ¿Cuál es su ordenada?

El ángulo de inclinación de la recta que pasa por los puntos $A(-1,5)$ y $B(x, 1)$ con el eje x es de 135° . ¿Cuál es el valor de la abscisa del punto B ?

Ángulo entre rectas

Para encontrar el ángulo θ formado por las rectas l_1 y l_2 se utiliza la formula:



$$\tan \theta = \frac{m_2 - m_1}{1 + m_2 m_1}$$

NOTA: Los ángulos se miden en sentido opuesto a las manecillas del reloj.

Ejemplo 3: Ángulos interiores

¿Cuál es la medida de los ángulos interiores del triángulo determinado por los puntos $A(-2,1)$, $B(3,4)$ y $C(5,-2)$?

Actividad 2: Punto medio, Pendiente de una recta y Ángulo entre dos rectas

- I. Determina la coordenada del punto medio del segmento AB donde A(1,5) y B(-3,1)
- II. Un segmento de recta está determinado por los puntos A y B, y el punto medio está dado por M. Si las coordenadas de A son (-1,3) y de M son (5, 8), calcular las coordenadas del punto B.
- III. Dado el triángulo con vértices A(3,2) B(4,5) y C(-1,-1), determina la longitud de los puntos medios de los lados AB y AC (llama a estos puntos medios E y F respectivamente).
- IV. Determina la pendiente (m) y el ángulo de inclinación (θ) para el segmento de recta que pasa por los puntos $A\left(\frac{3}{5}, \frac{2}{3}\right)$; $B\left(\frac{-3}{5}, \frac{3}{4}\right)$
- V. La pendiente de una recta es 3. Si la recta pasa por los puntos A (2,-1) y el punto B, cuya ordenada es -5, ¿cuál es el valor de la abscisa?
- VI. Determina la medida del ángulo agudo que forman las rectas con pendientes $\frac{1}{3}$ y $\frac{-4}{5}$ ¿Quién es m1 y m2?
Justifica tu respuesta